

MONOMIOS Y POLINOMIOS.

Un **monomio** es un producto indicado de un número, coeficiente, por una o varias letras, parte literal. Ejemplo $3x^4y$

Un **polinomio** es la suma de dos o más monomios no semejantes llamados términos. Ejemplo $3x^4y^5 + x^4y^2 - 7xy$

OPERACIONES CON MONOMIOS

Suma/Resta

Sólo se pueden sumar/restar los **monomios semejantes** (tienen la misma parte literal, letras y exponentes de las letras iguales).

Se **suman los coeficientes** (si no hay ninguno es 1) y se pone la **misma parte literal**

Ejemplos: $3x^4y + x^4y = (3+1)x^4y = 4x^4y$

$3x^4y^5 + x^4y^2$ No se pueden sumar (no son semejantes)

Multiplicación/División

Se **multiplican/dividen** los **coeficientes** por un lado y las **letras** por otro (recuerda las propiedades de las potencias)

Ejemplos: $(3x^4y) \cdot (x^4y) = 3x^8y^2$ $(12x^4y^5) : (2x^4y^2) = 6x^{4-4}y^{5-2} = 3x^0y^3 = 3y^3$

Potencia

Se eleva al exponente indicado el coeficiente y la parte literal (recuerda las propiedades de las potencias)

Ejemplos: $(3x^4y)^3 = 3^3x^{4 \cdot 3}y^3 = 27x^{12}y^3$

1. Efectúa las operaciones con monomios, si no se puede hacer ninguna operación explica el motivo

- a) $3x + 3x - 2x =$
- b) $5x^4 + x^4 =$
- c) $(6x^7y) : (3x^5) =$
- d) $(5x^4) : (x^4) =$
- e) $(-3x^2) \cdot (-4x^3) =$
- f) $4x^2 + 4x^3 =$
- g) $(3x)^2 =$
- h) $(2x^3)^4 =$
- i) $-5x^4 + 6x^4 =$
- j) $3x^4y^7 - 5x^4y^7 =$

OPERACIONES CON POLINOMIOS

Suma/Resta

Suma: Se **suman los monomios semejantes** entre sí.

Resta: Se suma el opuesto del sustraendo (hay que cambiar el signo de cada término)

Ejemplo: $A(x) = x^2 + 3x - 4$ $B(x) = 2x^3 - 3x^2 - 2$

$A(x) + B(x)$ Podemos ordenarlos situando los monomios semejantes en la misma columna,

$$\begin{array}{r} x^2 + 3x - 4 \\ 2x^3 - 3x^2 \quad - 2 \\ \hline 2x^3 - 2x^2 + 3x - 6 \end{array}$$

o podemos sumarlos directamente $A(x) + B(x) = 2x^3 - 2x^2 + 3x - 6$

$$A(x) - B(x) = (x^2 + 3x - 4) - (2x^3 - 3x^2 - 2) = x^2 + 3x - 4 - 2x^3 + 3x^2 + 2 = -2x^3 + 4x^2 + 3x + 2$$

Multiplicación

Para multiplicar **un polinomio por un monomio** se multiplica el monomio por cada uno de los términos del polinomio. (Se aplica la propiedad distributiva)

Ejemplo: $A(x) = x^2 + 3x - 4$ $B(x) = 2x^3$

$$A(x) \cdot B(x) = 2x^5 + 6x^4 - 8x^3$$

Para multiplicar **un polinomio por otro polinomio** se multiplica cada uno de los términos de uno de los polinomios por todos los términos del otro y después se suman los monomios semejantes.

$A(x) = x^3 + 3x - 4$ $B(x) = 2x^2 + 1$

$A(x) \cdot B(x)$ Vamos a ordenar los dos polinomios, dejamos los huecos necesarios para que los monomios semejantes queden en columna

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x - 4 \\ \quad \quad \quad 2x^2 + 1 \\ \hline + x^3 \quad \quad + 3x - 4 \\ 2x^5 + 6x^3 - 8x^2 \\ \hline 2x^5 + 7x^3 - 8x^2 + 3x - 4 \end{array}$$

2. Dados los polinomios : $A(x) = x^5 + 3x^3 - x^2 + 7$ $B(x) = x^3 - 3x^2 + 9$ $C(x) = 3x^4$
Calcula: a) $A(x) + B(x)$ b) $A(x) - B(x) =$ c) $A(x) \cdot C(x) =$

Valor numérico de un polinomio

Para calcular el valor que tiene un polinomio para un/os número/s dado/s (los polinomios pueden tener más de una letra) **sustituimos** la/s letra/s por el/los número/s dado/s y hacemos las operaciones.

Ejemplo: Calcula el valor del polinomio $P(x) = 2x^3 + 4x^2 + 3x + 2$ para $x = -2$

$$P(-2) = 2(-2)^3 + 4(-2)^2 + 3(-2) + 2 = 2(-8) + 4(4) + 3(-2) + 2 = -16 + 16 - 6 + 2 = -4$$

3. Calcula el valor numérico de $A(x) = 4x^4 - 3x^2 + 2x - 1$

a) Para $x = -2$

b) Para $x = \frac{1}{2}$

Sacar factor común en un polinomio

Cuando se repite el mismo factor en todos los términos de un polinomio podemos extraerlo como **factor común**. Para ello seguimos los siguientes pasos:

1. Identificar el **factor común** (números y/o letras)
2. Ponemos el **factor común delante de un paréntesis**. En el interior del paréntesis ponemos todos los **términos** pero **divididos por el factor** común.
3. Comprobación. Ten en cuenta que sacar factor común es el proceso contrario a aplicar la **propiedad distributiva**, así que para comprobar que el resultado es correcto aplicamos esta propiedad y tenemos que obtener el polinomio inicial

Ejemplo:

Sacar factor común en el polinomio $A(x) = 15x^3 + 20x^2 - 5x$

1. El factor común es **5x**, ten en cuenta que $15 = 3 \cdot 5$; $20 = 4 \cdot 5$; $x^3 = x \cdot x \cdot x$; $x^2 = x \cdot x$
2. $15x^3 + 20x^2 - 5x = 5x (15x^3 / 5x + 20x^2 / 5x - 5x / 5x) = 5x (3x^2 + 4x - 1)$
3. Si aplicamos la propiedad distributiva multiplicando 5x por cada uno de los sumandos del interior del paréntesis obtenemos el polinomio inicial

$$5x (3x^2 + 4x - 1) = 15x^3 + 20x^2 - 5x$$

4. Sacar factor común en cada uno de los siguientes polinomios

- a) $12x^5 + 4x^2 + 16x - 2$
- b) $2x^6 + 4x^5 + 6x^4 + 2x^2$
- c) $20x^5 + 40x^3 - 30x^2 + 20$

IDENTIDADES NOTABLES.

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

Ejemplos: $(2x^3 + 3)^2 = (2x^3)^2 + 3^2 + 2 \cdot 2x^3 \cdot 3 = 4x^6 + 9 + 12x^3$

$$(2x^3 - 3)^2 = (2x^3)^2 + 3^2 - 2 \cdot 2x^3 \cdot 3 = 4x^6 + 9 - 12x^3$$

$$(2x^3 + 3) \cdot (2x^3 - 3) = 4x^6 - 9$$

5. Aplica las identidades notables

a) $(x - 1)^2 =$

b) $(x + 3)^2 =$

c) $(3x^2 + 4) \cdot (3x^2 - 4) =$

d) $(x^2 + y^3)^2 =$

e) $(x + 6)^2 =$

f) $(x + 3)(x - 3) =$

g) $(y - 5)(y + 5) =$

h) $(x^3 + 2)^2 =$