


Ecuaciones de segundo grado

11.  Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado sin utilizar la fórmula de resolución:

a) $3x^2 - 12x = 0$

b) $x - 3x^2 = 0$

c) $2x^2 - 5x = 0$

d) $2x^2 - 8 = 0$

e) $9x^2 - 25 = 0$

f) $4x^2 + 100 = 0$

g) $16x^2 = 100$

h) $3x^2 - 6 = 0$

a) $3x^2 - 12x = 0 \rightarrow 3x(x - 4) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$

b) $x - 3x^2 = 0 \rightarrow x(1 - 3x) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = 1/3 \end{cases}$

c) $2x^2 - 5x = 0 \rightarrow x(2x - 5) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = 5/2 \end{cases}$

d) $2x^2 - 8 = 0 \rightarrow 2x^2 = 8 \rightarrow x^2 = 4 \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$

e) $9x^2 - 25 = 0 \rightarrow 9x^2 = 25 \rightarrow x^2 = \frac{25}{9} \begin{cases} x = 5/3 \\ x = -5/3 \end{cases}$

f) $4x^2 + 100 = 0 \rightarrow 4x^2 = -100$ No tiene solución.

g) $16x^2 = 100 \rightarrow x^2 = \frac{100}{16} \begin{cases} x = 10/4 = 5/2 \\ x = -10/4 = -5/2 \end{cases}$

h) $3x^2 - 6 = 0 \rightarrow 3x^2 = 6 \rightarrow x^2 = 2 \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$

12.  Resuelve.

a) $x^2 + 4x - 21 = 0$

b) $x^2 + 9x + 20 = 0$

c) $9x^2 - 12x + 4 = 0$

d) $x^2 + x + 3 = 0$

e) $4x^2 + 28x + 49 = 0$

f) $x^2 - 2x + 3 = 0$

g) $4x^2 - 20x + 25 = 0$

h) $-2x^2 + 3x + 2 = 0$

a) $x^2 + 4x - 21 = 0 \rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 21 \cdot 4}}{2} = \frac{-4 \pm 10}{2} \begin{cases} x = 3 \\ x = -7 \end{cases}$

b) $x^2 + 9x + 20 = 0 \rightarrow x = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 4 \cdot 20}}{2} = \frac{-9 \pm 1}{2} \begin{cases} x = -4 \\ x = -5 \end{cases}$

c) $9x^2 - 12x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 4 \cdot 9 \cdot 4}}{18} = \frac{12 \pm 0}{18} = \frac{2}{3}$

d) $x^2 + x + 3 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 3}}{2}$ No tiene solución.

$$e) 4x^2 + 28x + 49 = 0 \rightarrow x = \frac{-28 \pm \sqrt{784 - 4 \cdot 4 \cdot 49}}{8} = \frac{-28 \pm 0}{8} = -\frac{7}{2}$$

$$f) x^2 - 2x + 3 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 3}}{2} \text{ No tiene solución.}$$

$$g) 4x^2 - 20x + 25 = 0 \rightarrow x = \frac{20 \pm \sqrt{400 - 4 \cdot 4 \cdot 25}}{8} = \frac{20 \pm 0}{8} = \frac{5}{2}$$

$$h) -2x^2 + 3x + 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4(-2) \cdot 2}}{-4} = \frac{-3 \pm 5}{-4} \begin{cases} x = -2/4 = -1/2 \\ x = 2 \end{cases}$$

13.  Resuelve igualando a cero cada factor:

a) $x(3x - 1) = 0$

b) $3x(x + 2) = 0$

c) $(x + 1)(x + 3) = 0$

d) $(x - 5)(x + 5) = 0$

e) $(x - 5)^2 = 0$

f) $(2x - 5)^2 = 0$

a) $x = 0; 3x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{3}$

Soluciones: $x = 0; x = \frac{1}{3}$

b) $3x = 0; x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$

Soluciones: $x = 0; x = -2$

c) $x + 1 = 0; x + 3 = 0$

Soluciones: $x = -1; x = -3$

d) $x - 5 = 0; x + 5 = 0$

Soluciones: $x = 5; x = -5$

e) $x - 5 = 0$

Solución: $x = 5$

f) $2x - 5 = 0$

Solución: $x = \frac{5}{2}$

14.  Opera y resuelve.

a) $(x - 2)(3x + 2) = (x - 4)(2x + 1)$

b) $(x - 1)^2 + (1 - x)(x + 2) = 0$

c) $(x + 1)^2 = (x + 1)(2x - 3)$

d) $5(x + 2)^2 - (7x + 3)(x + 2) = 0$

a) $3x^2 + 2x - 6x - 4 = 2x^2 + x - 8x - 4 \rightarrow 3x^2 - 4x - 4 = 2x^2 - 7x - 4 \rightarrow$

$\rightarrow x^2 + 3x = 0 \rightarrow x \cdot (x + 3) = 0 \rightarrow x_1 = 0; x_2 = -3$

b) $x^2 - 2x + 1 + x + 2 - x^2 - 2x = 0 \rightarrow x + 3 = 0 \rightarrow x = -3$

c) $x^2 + 2x + 1 = 2x^2 - 3x + 2x - 3 \rightarrow x^2 + 2x + 1 = 2x^2 - x - 3 \rightarrow -x^2 + 3x + 4 = 0 \rightarrow$

$\rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 4}}{-2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{-2} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{-2} = \frac{-3 \pm 5}{-2} \rightarrow x_1 = -1; x_2 = 4$

d) $5 \cdot (x^2 + 4x + 4) - (7x^2 + 14x + 3x + 6) = 0 \rightarrow 5x^2 + 20x + 20 - 7x^2 - 14x - 3x - 6 = 0$

$\rightarrow -2x^2 + 3x + 14 = 0 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 14}}{2 \cdot (-2)} = \frac{-3 \pm \sqrt{121}}{-4} = \frac{-3 \pm 11}{-4} \rightarrow$

$\rightarrow x_1 = -2; x_2 = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$

15.  Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $(2x + 1)(x - 3) = (x + 1)(x - 1) - 8$

b) $(2x - 3)(2x + 3) - x(x + 1) - 5 = 0$

c) $(2x + 1)^2 = 4 + (x + 2)(x - 2)$

d) $(x + 4)^2 - (2x - 1)^2 = 8x$

a) $(2x + 1)(x - 3) = (x + 1)(x - 1) - 8 \rightarrow 2x^2 - 6x + x - 3 = x^2 - 1 - 8 \rightarrow$

$\rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 6}}{2} \rightarrow x = \frac{5 \pm 1}{2} \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \end{cases}$

b) $(2x-3)(2x+3) - x(x+1) - 5 = 0 \rightarrow 4x^2 - 9 - x^2 - x - 5 = 0 \rightarrow 3x^2 - x - 14 = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 3 \cdot (-14)}}{6} = \frac{1 \pm \sqrt{169}}{6} = \frac{1 \pm 13}{6} \begin{cases} x = 7/3 \\ x = -2 \end{cases}$

c) $(2x+1)^2 = 4 + (x+2)(x-2) \rightarrow 4x^2 + 1 + 4x = 4 + x^2 - 4 \rightarrow 3x^2 + 4x + 1 = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 3 \cdot 1}}{6} = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{6} = \frac{-4 \pm 2}{6} \begin{cases} x = -1/3 \\ x = -1 \end{cases}$

d) $(x+4)^2 - (2x-1)^2 = 8x \rightarrow x^2 + 16 + 8x - (4x^2 + 1 - 4x) - 8x = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow x^2 + 16 + 8x - 4x^2 - 1 + 4x - 8x = 0 \rightarrow -3x^2 + 4x + 15 = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot (-3) \cdot 15}}{-6} = \frac{-4 \pm \sqrt{196}}{-6} = \frac{-4 \pm 14}{-6} \begin{cases} x = -5/3 \\ x = 3 \end{cases}$

16. Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $\frac{(5x-4)(5x+4)}{4} = \frac{(3x-1)^2 - 9}{2}$ b) $\frac{x}{3}(x-1) - \frac{x}{4}(x+1) + \frac{3x+4}{12} = 0$

c) $\frac{(x-1)(x+2)}{12} - \frac{(x+1)(x-2)}{6} - 1 = \frac{x-3}{3}$ d) $\frac{(x-1)^2 - 3x+1}{15} + \frac{x+1}{5} = 0$

e) $\frac{x+1}{2} - \frac{(x-1)^2}{4} - \frac{x+2}{3} + \frac{(x-2)^2}{6} = \frac{1}{6}$

a) $\frac{(5x-4)(5x+4)}{4} = \frac{(3x-1)^2 - 9}{2} \rightarrow \frac{25x^2 - 16}{4} = \frac{2(9x^2 + 1 - 6x - 9)}{4} \rightarrow$
 $\rightarrow 25x^2 - 16 = 18x^2 + 2 - 12x - 18 \rightarrow 7x^2 + 12x = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow x(7x + 12) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = -12/7 \end{cases}$

b) $\frac{x}{3}(x-1) - \frac{x}{4}(x+1) + \frac{3x+4}{12} = 0 \rightarrow 12\left(\frac{x}{3}(x-1) - \frac{x}{4}(x+1) + \frac{3x+4}{12}\right) \rightarrow$
 $\rightarrow 4x(x-1) - 3x(x+1) + 3x + 4 = 0 \rightarrow 4x^2 - 4x - 3x^2 - 3x + 3x + 4 = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 4}}{2} = 2$

c) $\frac{(x-1)(x+2)}{12} - \frac{(x+1)(x-2)}{6} - 1 = \frac{x-3}{3} \rightarrow \frac{x^2 + x - 2}{12} - \frac{x^2 - x - 2}{6} - 1 = \frac{x-3}{3} \rightarrow$
 $\rightarrow 12\left(\frac{x^2 + x - 2}{12} - \frac{x^2 - x - 2}{6} - 1\right) = 12\left(\frac{x-3}{3}\right) \rightarrow$
 $\rightarrow x^2 + x - 2 - 2(x^2 - x - 2) - 12 = 4(x-3) \rightarrow$
 $\rightarrow x^2 + x - 2 - 2x^2 + 2x + 4 - 12 = 4x - 12 \rightarrow -x^2 - x + 2 = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(-2)}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$

d) $\frac{(x-1)^2 - 3x+1}{15} + \frac{x+1}{5} = 0 \rightarrow 15\left[\frac{(x-1)^2 - 3x+1}{15} + \frac{x+1}{5}\right] = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow x^2 - 2x + 1 - 3x + 1 + 3x + 3 = 0 \rightarrow x^2 - 2x + 5 = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 5}}{2} \rightarrow$ No tiene solución.

$$\begin{aligned}
 \text{e) } \frac{x+1}{2} - \frac{(x-1)^2}{4} - \frac{x+2}{3} + \frac{(x-2)^2}{6} &= \frac{1}{6} \rightarrow \\
 \rightarrow 12 \left(\frac{x+1}{2} - \frac{(x-1)^2}{4} - \frac{x+2}{3} + \frac{(x-2)^2}{6} \right) &= 12 \cdot \frac{1}{6} \rightarrow \\
 \rightarrow 6(x+1) - 3(x^2 - 2x + 1) - 4(x+2) + 2(x^2 - 4x + 4) &= 2 \rightarrow \\
 \rightarrow 6x + 6 - 3x^2 + 6x - 3 - 4x - 8 + 2x^2 - 8x + 8 &= 2 \rightarrow \\
 \rightarrow -x^2 + 3 = 0 \rightarrow x^2 = 3 &\begin{cases} x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}
 \end{aligned}$$

17. Resuelve.

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \frac{7(x-5)}{8} + x - 2 &= \left(x - \frac{9}{2}\right) \left(x - \frac{11}{4}\right) & \text{b) } \frac{x+3}{3} - \frac{(4-x)^2}{9} &= \frac{1}{3} \\
 \text{c) } \frac{(3x+1)(2x+3)}{21} + \frac{x^2+3}{7} &= \frac{x^2+x-2}{3} & \text{d) } \frac{x^2-4}{3} + \frac{(2x-2)^2}{8} &= \frac{7x^2-10}{12}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \frac{7x-35}{8} + x - 2 &= x^2 - \frac{11x}{4} - \frac{9x}{2} + \frac{99}{8} \rightarrow \\
 \rightarrow 8 \cdot \left(\frac{7x-35}{8} + x - 2 \right) &= 8 \cdot \left(x^2 - \frac{11x}{4} - \frac{9x}{2} + \frac{99}{8} \right) \rightarrow \\
 \rightarrow 7x - 35 + 8x - 16 &= 8x^2 - 22x - 36x + 99 \rightarrow 15x - 51 = 8x^2 - 58x + 99 \rightarrow \\
 \rightarrow 8x^2 - 73x + 150 &= 0 \\
 x &= \frac{73 \pm \sqrt{(-73)^2 - 4 \cdot 8 \cdot 150}}{2 \cdot 8} = \frac{73 \pm \sqrt{5329 - 4800}}{16} = \frac{73 \pm \sqrt{529}}{16} = \frac{73 \pm 23}{16} \rightarrow
 \end{aligned}$$

$$\rightarrow x_1 = 6; x_2 = \frac{50}{16} = \frac{25}{8}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } 9 \cdot \left(\frac{x+3}{3} - \frac{(4-x)^2}{9} \right) &= 9 \cdot \left(\frac{1}{3} \right) \rightarrow 3x + 9 - (4-x)^2 = 3 \rightarrow \\
 \rightarrow 3x + 9 - 16 + 8x - x^2 &= 3 \rightarrow -x^2 + 11x - 10 = 0 \rightarrow \\
 \rightarrow x &= \frac{-11 \pm \sqrt{11^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-10)}}{-2} = \frac{-11 \pm \sqrt{81}}{-2} = \frac{-11 \pm 9}{-2} \rightarrow x_1 = 1; x_2 = 10
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } 21 \cdot \left[\frac{(3x+1)(2x+3)}{21} + \frac{x^2+3}{7} \right] &= 21 \cdot \left(\frac{x^2+x-2}{3} \right) \rightarrow \\
 \rightarrow (3x+1) \cdot (2x+3) + 3x^2 + 9 &= 7x^2 + 7x - 14 \rightarrow \\
 \rightarrow 6x^2 + 9x + 2x + 3 + 3x^2 + 9 &= 7x^2 + 7x - 14 \rightarrow 9x^2 + 11x + 12 = 7x^2 + 7x - 14 \rightarrow \\
 \rightarrow 2x^2 + 4x + 26 &= 0 \rightarrow x^2 + 2x + 13 = 0 \rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 13}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-48}}{2} \rightarrow \\
 \rightarrow \text{No tiene solución.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d) } 24 \cdot \left[\frac{x^2-4}{3} + \frac{(2x-2)^2}{8} \right] &= 24 \cdot \left(\frac{7x^2-10}{12} \right) \rightarrow 8x^2 - 32 + 3 \cdot (2x-2)^2 = 14x^2 - 20 \rightarrow \\
 \rightarrow 8x^2 - 32 + 12x^2 - 24x + 12 &= 14x^2 - 20 \rightarrow 20x^2 - 24x - 20 = 14x^2 - 20 \rightarrow \\
 \rightarrow 6x^2 - 24x &= 0 \rightarrow 6x(x-4) = 0 \rightarrow x_1 = 0; x_2 = 4
 \end{aligned}$$

18.  Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $5x - \frac{3}{x} = \frac{x+1}{x}$

b) $\frac{x+2}{3} - \frac{1}{x} = \frac{x-3}{x} + \frac{4-x^2}{2x}$

c) $\frac{x+3}{2} - \frac{1}{x} = \frac{x-3}{x} + \frac{4-x^2}{2x}$

d) $\frac{15}{x} = \frac{72-6x}{2x^2} + 2$

a) $x \cdot \left(5x - \frac{3}{x}\right) = x \cdot \left(\frac{x+1}{x}\right) \rightarrow 5x^2 - 3 = x + 1 \rightarrow 5x^2 - x - 4 = 0 \rightarrow$

$\rightarrow x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-4)}}{2 \cdot 5} = \frac{1 \pm \sqrt{81}}{10} = \frac{1 \pm 9}{10} \rightarrow x_1 = 1; x_2 = -\frac{8}{10} = -\frac{4}{5}$

b) $6x \cdot \left(\frac{x+2}{3} - \frac{1}{x}\right) = 6x \cdot \left(\frac{x-3}{x} + \frac{4-x^2}{2x}\right) \rightarrow 2x^2 + 4x - 6 = 6x - 18 + 12 - 3x^2 \rightarrow$

$\rightarrow 5x^2 - 2x = 0 \rightarrow x \cdot (5x - 2) = 0 \rightarrow x_1 = 0; x_2 = \frac{2}{5}$

Debemos descartar la solución $x_1 = 0$, ya que anula algunos denominadores.

c) $2x \left(\frac{x+3}{2} - \frac{1}{x}\right) = 2x \left(\frac{x-3}{x} + \frac{4-x^2}{2x}\right) \rightarrow x^2 + 3x - 2 = 2x - 6 + 4 - x^2 \rightarrow$

$\rightarrow 2x^2 + x = 0 \rightarrow x(2x + 1) = 0 \rightarrow x_1 = 0; x_2 = -\frac{1}{2}$


Debemos descartar la solución $x_1 = 0$, ya que anula algunos denominadores.

d) $2x^2 \left(\frac{15}{x}\right) = 2x^2 \left(\frac{72-6x}{2x^2} + 2\right) \rightarrow 30x = 72 - 6x + 4x^2 \rightarrow 4x^2 - 36x + 72 = 0 \rightarrow$

$\rightarrow x^2 - 9x + 18 = 0$

$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 18}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 72}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{9 \pm 3}{2} \rightarrow x_1 = 6; x_2 = 3$

Aplica lo aprendido

19.  La suma de tres números naturales consecutivos es igual al quintuple del menor menos 11. ¿Cuáles son esos números?

Llamemos $x, x + 1, x + 2$ a los números. Así:

$x + x + 1 + x + 2 = 5x - 11 \rightarrow 14 = 2x \rightarrow x = 7$

Los números son 7, 8 y 9.


20.  Calcula un número tal que sumándole su mitad se obtiene lo mismo que restando 6 a los $\frac{9}{5}$ de ese número.

$x + \frac{x}{2} = \frac{9}{5}x - 6 \rightarrow 10\left(x + \frac{x}{2}\right) = 10\left(\frac{9}{5}x - 6\right) \rightarrow 10x + 5x = 18x - 60 \rightarrow$

$\rightarrow 60 = 3x \rightarrow x = 20$


El número es 20.

- 21.**  Halla tres números impares consecutivos tales que su suma sea 117.

 *Cualquier número impar se puede escribir de la forma $2x + 1$.*

$$2x + 1 + 2x + 3 + 2x + 5 = 117 \rightarrow 6x = 108 \rightarrow x = 18$$


Los números son 37, 39 y 41.

- 22.**  He pagado 14,30 € por un bolígrafo, un cuaderno y una carpeta. Si el precio de la carpeta es 5 veces el del cuaderno y este cuesta el doble que el bolígrafo, ¿cuál es el precio de cada artículo?

Precio del bolígrafo, x ; cuaderno, $2x$; carpeta, $5 \cdot 2x$.

$$x + 2x + 10x = 14,30 \rightarrow 13x = 14,30 \rightarrow x = 1,1$$


El bolígrafo cuesta 1,1 €; el cuaderno, 2,2 €, y la carpeta, 11 €.

- 23.**  Calcula la altura de un árbol que es un metro más corto que un poste que mide el doble que el árbol.

Altura del árbol: x ; altura del poste, $2x$.

$$x = 2x - 1 \rightarrow x = 1 \text{ m.}$$


El árbol mide 1 m.

- 24.**  El precio de unos zapatos ha subido un 15% en diciembre y ha bajado un 20% en enero. De esta forma, el precio inicial ha disminuido en 6,96 €. ¿Cuál era el precio inicial?

$$x \cdot 1,15 \cdot 0,8 = x - 6,96 \rightarrow 0,92x = x - 6,96 \rightarrow 6,96 = 0,08x \rightarrow x = 87 \text{ €}$$


El precio inicial era 87 €.

Página 117

- 25.**  Con 3,50 € más del dinero que tengo, podría comprar la camiseta de mi equipo. Si tuviera el doble, me sobrarían 7,25 €. ¿Cuánto dinero tengo?

x es el dinero que tengo.

$$x + 3,5 = 2x - 7,25 \rightarrow 3,5 + 7,25 = x \rightarrow x = 10,75 \text{ € es el dinero que tengo.}$$

- 26.**  Si al cuadrado de un número le restamos su triple obtenemos 130. ¿Cuál es el número?

x es el número buscado.

$$x^2 - 3x = 130 \rightarrow x^2 - 3x - 130 = 0 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 4 \cdot 130}}{2} = \frac{3 \pm 23}{2} \begin{cases} x = 13 \\ x = -10 \end{cases}$$


El número puede ser 13 o -10 . Hay dos soluciones.

- 27.**  Halla dos números enteros consecutivos tales que la suma de sus cuadrados es 145.

Los números son x y $x + 1$.

$$\begin{aligned} x^2 + (x + 1)^2 &= 145 \rightarrow x^2 + x^2 + 1 + 2x - 145 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow 2x^2 + 2x - 144 = 0 \rightarrow x^2 + x - 72 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 72 \cdot 4}}{2} = \frac{-1 \pm 17}{2} \begin{cases} x = 8 \\ x = -9 \end{cases} \end{aligned}$$

Son 8 y 9, o bien, -9 y -8 . Hay dos soluciones.


- 28.**  Si al producto de un número natural por su siguiente le restamos 31 obtenemos el quintuple de la suma de ambos. ¿De qué número se trata?

x es el número que buscamos.

$$\begin{aligned} x(x + 1) - 31 &= 5(x + x + 1) \rightarrow x^2 + x - 31 = 10x + 5 \rightarrow x^2 - 9x - 36 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 4 \cdot 36}}{2} = \frac{9 \pm 15}{2} \begin{cases} x = 12 \\ x = -3 \end{cases} \end{aligned}$$

El número puede ser 12, o bien, -3 . Hay dos soluciones.

Resuelve problemas

- 29.**  Del dinero de una cuenta bancaria retiramos $1/7$; ingresamos después $2/15$ de lo que quedó y aún faltan 12 € para tener la cantidad inicial. ¿Cuánto dinero había en la cuenta?

x es el dinero de la cuenta.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Retiramos } \frac{1}{7}x \rightarrow \text{quedan } \frac{6}{7}x \\ \text{Ingresamos } \frac{2}{15} \cdot \frac{6}{7}x = \frac{4}{35}x \end{array} \right\} \begin{aligned} \frac{6}{7}x + \frac{4}{35}x + 12 &= x \rightarrow \frac{34}{35}x + 12 = x \rightarrow \\ &\rightarrow 12 = \frac{1}{35}x \rightarrow x = 420 \text{ € había en la cuenta.} \end{aligned}$$

- 30.** Un padre de 43 años tiene dos hijos de 9 y 11 años. ¿Cuántos años han de transcurrir para que entre los dos hijos igualen la edad del padre?

x son los años que tienen que pasar.

$$(9 + x) + (11 + x) = 43 + x \rightarrow 20 + 2x = 43 + x \rightarrow x = 23$$

Han de transcurrir 23 años.

- 31.** Estamos haciendo bocadillos de chorizo para llevar de excursión. Si ponemos 4 rodajas en cada uno, sobran 12, y si ponemos 5, nos faltan 8. ¿Cuántos bocadillos queremos preparar?

Número de bocadillos que queremos preparar: x

$$4x + 12 = 5x - 8 \rightarrow x = 20$$

Queremos preparar 20 bocadillos.

- 32.** En una fiesta celebrada en un restaurante gallego se sirvieron cigalas (un plato para cada dos personas), almejas (un plato para cada tres) y percebes (un plato para cada cuatro). Si en total se sirvieron 65 platos, ¿cuántas personas había?

Número de personas que había en la fiesta: x

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 65 \rightarrow \frac{13}{12}x = 65 \rightarrow x = \frac{65 \cdot 12}{13} = 60$$

Había 60 personas.

- 33.** ¿Cuántos litros de aceite de orujo de 1,60 €/l tenemos que añadir a 60 l de aceite de oliva de 2,80 €/l para obtener una mezcla de 2,50 €/l?

x son los litros de aceite de orujo.

	<u>CANTIDAD</u>	<u>PRECIO</u>	<u>COSTE</u>	
ORUJO	x	1,6	$1,6x$	} $1,6x + 168 = 2,5x + 150 \rightarrow$ $\rightarrow 18 = 0,9x \rightarrow x = 20 \text{ l}$
OLIVA	60	2,8	$2,8 \cdot 60$	
MEZCLA	$x + 60$	2,5	$2,5(x + 60)$	

Tenemos que añadir 20 litros.

- 34.** Al mezclar 30 kg de pintura con 50 kg de otra de calidad inferior, obtenemos una mezcla a 3,30 €/kg. Si el precio de la barata es la mitad que el de la otra, ¿cuál es el precio de cada pintura?

	<u>CANTIDAD</u>	<u>PRECIO</u>	<u>COSTE</u>	
PINTURA I	30	$2x$	$60x$	} $60x + 50x = 264 \rightarrow 110x = 264 \rightarrow$ $\rightarrow x = 2,4 \text{ €/kg}$
PINTURA II	50	x	$50x$	
MEZCLA	80	3,30	$80 \cdot 3,3$	


La pintura cara vale 4,8 €/kg, y la pintura barata, 2,4 €/kg.

- 35.** Una marca de café de 14,15 €/kg se elabora con un 30% de café colombiano de 18 €/kg, y el resto, con otro. ¿Cuál es el precio de ese otro?

Para obtener 1 kg de mezcla, ponemos 0,3 kg de café colombiano y 0,7 kg del otro café.

$$0,3 \cdot 18 + 0,7x = 1 \cdot 14,15 \rightarrow 0,7x = 8,75 \rightarrow x = 12,5 \text{ €/kg}$$


El precio del café barato es 12,5 €/kg.

- 36.**  Un centro escolar contrató un autobús para una salida al campo. Con todas las plazas ocupadas, el precio del billete es de 12 €; pero quedaron 4 plazas libres, por lo que el viaje costó 13,5 €. ¿Cuántas plazas tiene el autobús?

x es el número total de plazas.

$$x \cdot 12 = (x - 4) \cdot 13,5 \rightarrow 12x = 13,5x - 54 \rightarrow 54 = 1,5x \rightarrow x = 36$$

36 es el número de plazas que tiene el autobús.

- 37.**  Un grupo de amigos se van a repartir un premio y les toca a 15 € a cada uno. Deciden compartirlo con cuatro amigos más y de esta forma les toca a 3 € menos a cada uno. ¿Cuántos son en total a repartir?


Llamamos x al número de amigos que se van a repartir el premio en un principio.

Como el premio es la misma cantidad en ambos casos:

$$15 \cdot x = \text{PREMIO}; 12 \cdot (x + 4) = \text{PREMIO}$$


$$15x = 12(x + 4) \rightarrow 15x = 12x + 48 \rightarrow 3x = 48 \rightarrow x = \frac{48}{3} = 16$$

Al principio eran 16 personas, y al final, 20 personas.

- 38.**  Si un número aumenta en un 10 %, resulta 42 unidades mayor que si disminuye en un 5 %. ¿Cuál es ese número?

$$1,1x = 42 + 0,95x \rightarrow 0,15x = 42 \rightarrow x = \frac{42}{0,15} = 280$$

Por tanto, el número es 280.

- 39.**  Un inversor, que dispone de 28 000 €, coloca parte de su capital en un banco al 4 %, y el resto, en otro banco al 3,5 %. Si la primera parte le produce anualmente 220 € más que la segunda, ¿cuánto colocó en cada banco?


Si llamamos x a lo que depositó en el primer banco, en el segundo depositó $28\,000 - x$.

$$1,04x = (28\,000 - x)1,035 + 220 \rightarrow 1,04x = 28\,980 - 1,035x + 220 \rightarrow 2,075x = 29\,200$$

$$x = \frac{29\,200}{2,075} \approx 14\,072,30 \text{ €}$$

$$28\,000 - 14\,072,30 = 13\,927,70 \text{ €}$$

En un banco depositó 14 072,30 €, y en el otro, 13 927,70 €.

- 40.**  Dos ciudades, A y B, distan 250 km. Un camión sale de A hacia B a 90 km/h. A la misma hora sale de B hacia A un coche que tarda una hora y cuarto en encontrarse con el camión. ¿Qué velocidad lleva el coche?

En una hora, el coche recorre x km, y el camión, 90 km.


La velocidad con la que se acercan es la suma de ambos, $(90 + x)$ km/h.

Tardan 1,25 h en recorrer 250 km entre los dos.

Por tanto:

$$1,25(90 + x) = 250 \rightarrow 112,5 + 1,25x = 250 \rightarrow x = 110$$

La velocidad del coche es $x = 110$ km/h.


- 41.**  Un ciclista que va a 21 km/h tarda tres cuartos de hora en alcanzar a otro que le lleva una ventaja de 2,25 km. ¿Qué velocidad lleva el que va delante?

x es la velocidad del que va delante.

La velocidad con que se acercan es $21 - x$.

Con esa velocidad, deben recorrer 2,25 km en 0,75 h.

$$2,25 = (21 - x) \cdot 0,75 \rightarrow \frac{2,25}{0,75} = 21 - x \rightarrow 3 = 21 - x \rightarrow x = 18 \text{ km/h}$$

- 42.**  Ana sale en su coche a 80 km/h. Se para 15 min para echar gasolina y después conduce un buen rato a 100 km/h. Cuando llega a su destino, comprueba que hizo 250 km en 3 horas, contando la parada. ¿Cuánto tiempo condujo a 80 km/h?


Llamamos x al tiempo que conduce a 80 km/h.

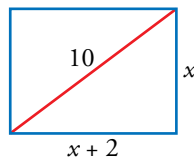
El tiempo del viaje, sin parada, es $3 \text{ h} - 15 \text{ min} = 2,75 \text{ h}$. Por tanto, el tiempo que conduce a 100 km/h es $2,75 - x$.

El espacio que recorre a 80 km/h es $80x$ y el que recorre a 100 km/h es $100(2,75 - x)$. Así:

$$80x + 275 - 100x = 250 \rightarrow -20x = -25 \rightarrow x = \frac{-25}{-20} = 1,25$$

Ana conduce 1,25 h a 80 km/h.


- 43.**  Calcula los lados de un rectángulo cuya diagonal mide 10 cm y en el que la base mide 2 cm más que la altura.

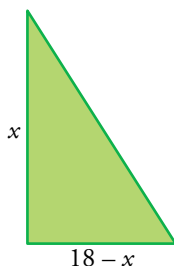


$$x^2 + (x + 2)^2 = 10^2 \rightarrow x^2 + x^2 + 4x + 4 = 100 \rightarrow 2x^2 + 4x - 96 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 + 2x - 48 = 0 \rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4(-48)}}{2} = \frac{-2 \pm 14}{2} \begin{cases} x = 6 \\ x = -8. \text{ No vale.} \end{cases}$$

La altura mide 6 cm, y la base, 8 cm.


- 44.**  Los catetos de un triángulo rectángulo suman 18 cm y su área es de 40 cm². Halla las medidas de los catetos de este triángulo.

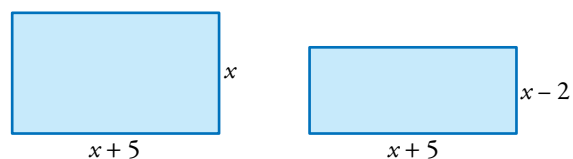


$$\text{Área: } \frac{x(18 - x)}{2} = 40 \rightarrow 18x - x^2 = 80 \rightarrow x^2 - 18x + 80 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{18 \pm \sqrt{324 - 4 \cdot 80}}{2} = \frac{18 \pm 4}{2} \begin{cases} x = 11 \\ x = 7 \end{cases}$$

Los catetos miden 7 cm y 11 cm, respectivamente.

45.  La base de un rectángulo mide 5 cm más que la altura. Si disminuimos la altura en 2 cm, el área del nuevo rectángulo será de 60 cm². ¿Cuánto miden los lados del rectángulo?




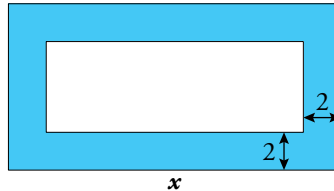
$$(x+5)(x-2) = 60 \rightarrow x^2 + 3x - 10 = 60 \rightarrow x^2 - 3x - 70 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4(-70)}}{2} = \frac{3 \pm 17}{2} \begin{cases} x = 10 \\ x = -7. \text{ No vale.} \end{cases}$$

La altura mide 7 cm, y la base, 12 cm.

Página 118

46.  Un patio rectangular, que mide 8 m menos de ancho que de largo, tiene un estanque central, también rectangular, rodeado por una zona de paso de 2 m de ancho. Si sabemos que el área de esa zona es de 112 m^2 , ¿cuáles serán las dimensiones del patio y del estanque?



La superficie que nos dan es la superficie total del patio, S_1 , menos la superficie del estanque, S_2 :


$$112 \text{ m}^2 = S_1 - S_2$$

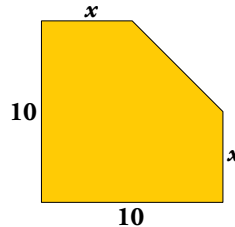
$$S_1 = x \cdot (x - 8); S_2 = (x - 4) \cdot [(x - 8) - 4]$$

$$112 = x \cdot (x - 8) - (x - 4) \cdot (x - 12) \rightarrow 112 = x^2 - 8x - (x^2 - 12x - 4x + 48) \rightarrow$$

$$\rightarrow 112 = 8x - 48 \rightarrow 160 = 8x \rightarrow x = \frac{160}{8} = 20 \text{ m}$$

El patio tiene 20 m de largo y 12 m de ancho, y el estanque, 16 m de largo y 8 m de ancho.

47.  ¿Cuánto debe valer x para que el área de esa figura sea 82 cm^2 ?



Dividimos la figura en dos: un rectángulo y un trapecio rectángulo. El área total de la figura será igual a la suma de las áreas de ambas figuras.

$$A_{\text{RECTÁNGULO}} = b \cdot a = 10x$$


$$A_{\text{TRAPECIO}} = h \cdot \frac{a+b}{2} = (10-x) \cdot \frac{10+x}{2}$$

$$A_{\text{TOTAL}} = A_{\text{RECTÁNGULO}} + A_{\text{TRAPECIO}} = 10x + (10-x) \cdot \frac{10+x}{2} \rightarrow 82 = 10x + \frac{10^2 - x^2}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow 2 \cdot 82 = 2 \cdot \left(10x + \frac{10^2 - x^2}{2}\right) \rightarrow 164 = 20x + 100 - x^2 \rightarrow x^2 - 20x + 64 = 0$$

$$x = \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 64}}{2} = \frac{20 \pm \sqrt{400 - 256}}{2} = \frac{20 \pm \sqrt{144}}{2} = \frac{20 \pm 12}{2} \begin{cases} x_1 = 16 \\ x_2 = 4 \end{cases}$$

x debe valer 4 cm, porque x debe ser menor que 10.

- 48.**  **Calcula dos números naturales que sumen 85 y tales que al dividir el cuadrado del mayor entre el cuadrado del menor se obtenga 5 de cociente y 475 de resto.**

Si llamamos x a un número, el otro será $85 - x$.

$$(85 - x)^2 = 5x^2 + 475 \rightarrow 7225 - 170x + x^2 = 5x^2 + 475 \rightarrow 4x^2 + 170x - 6750 = 0$$

$$x = \frac{-170 \pm \sqrt{170^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-6750)}}{2 \cdot 4} = \frac{-170 \pm \sqrt{136900}}{8} = \frac{-170 \pm 370}{8} \begin{cases} x_1 = 25 \\ x_2 = -67,5 \end{cases}$$

La solución $x = -67,5$ no es válida, pues no es un número natural.


Los números son 25 y 60.

- 49.**  **Si a un número de dos cifras le restamos el que resulta de invertir el orden de estas, el resultado es 18. Averigua cuál es el número sabiendo que la cifra de las unidades es 2.**

Supongamos que el número es ab , y como $b = 2$:

$$b + 10a - a - 10b = 18 \rightarrow 9a - 9b = 18 \rightarrow 9a - 18 = 18 \rightarrow 9a = 36 \rightarrow a = 4$$

El número es el 42.

- 50.**  **Un depósito de agua para riego tiene un grifo de abastecimiento y un desagüe. El grifo llena el depósito en 9 horas. Si además del grifo se abre el desagüe, el depósito tarda 36 horas en llenarse. Averigua cuánto tarda el desagüe en vaciar el depósito lleno, estando cerrado el grifo.**

El grifo llena, en 1 hora, $\frac{1}{9}$ del depósito.


El desagüe vacía, en 1 hora, $\frac{1}{x}$ del depósito.

Abriendo los dos, llenan en 1 hora $\frac{1}{36}$ del depósito.

Por tanto:

$$\begin{aligned} \frac{1}{9} - \frac{1}{x} &= \frac{1}{36} \rightarrow \frac{x-9}{9x} = \frac{1}{36} \rightarrow 36(x-9) = 9x \rightarrow 36x - 324 = 9x \rightarrow \\ &\rightarrow 27x = 324 \rightarrow x = 12 \text{ h} \end{aligned}$$

Tarda en vaciar el depósito lleno 12 h.

- 51.**  **Un grifo tarda el doble que otro en llenar un depósito. Abriendo los dos a la vez, tardan 8 horas. ¿Cuánto tardará cada uno de ellos en llenarlo?**

Un grifo llena, en 1 h, $\frac{1}{x}$ del depósito, y el otro grifo llena, en 1 h, $\frac{1}{2x}$ del depósito.

Los dos juntos, en 1 hora, llenan $\frac{1}{8}$.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = \frac{1}{8} \rightarrow \frac{3}{2x} = \frac{1}{8} \rightarrow 2x = 24 \rightarrow x = 12 \text{ h}$$

Uno de los grifos tarda 12 h, y el otro, 24 horas en llenar el depósito.