

4º ESO - VERANO 2017

I.- OPERACIONES CON POTENCIAS Y RADICALES

1

$$1.- \left[\left(\frac{3}{2} - 4 \right) \cdot \left(1 - \frac{8}{3} \right) + \frac{1}{2} \right]^4 - \left(1 + \frac{2}{3} \right)^2 \cdot \left(1 - \frac{2}{5} \right)^3$$

S: 77/5

$$2.- \left[\left(\frac{1}{3} - 1 \right) \cdot \left(-1 + \frac{1}{4} \right) \right]^2 : \left(2 - \frac{3}{2} \right)^2 \quad S: 1$$

$$3.- \sqrt{18y} - \sqrt{\frac{y}{2}} + \sqrt{\frac{y}{8}} - \sqrt{\frac{y}{18}} \quad S: \frac{31}{12}\sqrt{2y}$$

$$4.- \sqrt{(x+2)^3} - \sqrt{4x+8} - \sqrt{x^3+2x^2} \quad S: 0$$

$$5.- (x-y)\sqrt{\frac{x+y}{x-y} + \sqrt{9x^2-9y^2}} \quad S: 4\sqrt{x^2-y^2}$$

$$6.- 2\sqrt{80} + \frac{14}{5}\sqrt{1 + \frac{1}{49}} - \sqrt{8} - \frac{9}{4}\sqrt{1 - \frac{1}{81}} \quad S: 7\sqrt{5}$$

$$7.- 2\sqrt{36x} - \sqrt{4x} + 3\sqrt{x} - 5\sqrt{x - \frac{9x}{25}} \quad S: 9\sqrt{x}$$

$$8.- \left(\sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x}} \right) \cdot \sqrt{xy} \quad S: x-y$$

$$9.- \frac{\sqrt{a-b} \cdot \sqrt{a+b}}{\sqrt{a+b} \cdot \sqrt{a-b}} \quad S: \frac{a-b}{a+b}$$

$$10.- \sqrt{1 - \left(\frac{x-2}{x+2} \right)^2} \quad S: \frac{2\sqrt{2x}}{x+2}$$

$$11.- \text{Simplifica } \frac{x+y}{x-y} \sqrt{\frac{9ax^2-18axy+9ay^2}{x^2+2xy+y^2}}$$

S: $3\sqrt{a}$

$$12.- \text{Expresa bajo un radical } \sqrt{3a^2 + \sqrt{6a^4 - \sqrt{25a^8}}}$$

S: $2a$

$$13.- \text{Expresa bajo un radical } \sqrt{a\sqrt{bc}\sqrt{d}}$$

S: $\sqrt[8]{a^4b^2c^2d}$

$$14.- \sqrt{\frac{x}{2}} + \sqrt{\frac{2}{x}} - \sqrt{\frac{1}{2x}} + \sqrt{8x} \quad S: \left(\frac{5}{2} + \frac{1}{2x} \right) \sqrt{2x}$$

II.- POLINOMIOS

2

1.- Descompón en producto de tres factores el polinomio $5x^2+5x-30$

S: $5(x-2)(x+3)$

2.- Descompón en factores el polinomio $P(x)=x^4+x^3-16x^2-4x+48$ sabiendo que $x=3$ es un cero del mismo.

S: $(x-3)(x+2)(x-2)(x+4)$

3.- Descompón en producto de 4 factores el binomio x^5-16x

S: $x(x^2+4)(x+2)(x-2)$

4.- Descompón en factores los siguientes polinomios:

a.- $(2x-1)^2 - (3x+2)^2 \quad S: (5x+1)(-x-3)$

b.- $8-2a^2+4ab-2b^2 \quad S: 2(2+a-b)(2-a+b)$

c.- $4a^2-4a+1 \quad S: (2a-1)^2$

5.- Halla el valor de r para que (-2) sea un cero del polinomio $P(x)=x^2-3x^3+2rx-4 \quad S: r=6$

6.- ¿Es divisible $P(x)=3x^3-21x+18$ entre $(x+3)$? $S: \text{Sí ya que } P(-3)=0$

7.- Halla p para que sea exacta la división $(x^2-2x+p):(x+3) \quad S: p=-15$

8.- En el polinomio $x^4-3x^3+2x-2m$ determina m para que al dividirlo por $(x+2)$ dé 16 de resto. $S: m=10$

III.- OPERACIONES ALGEBRAICAS

1.- $\frac{3x+1}{x+2} - \frac{x+4}{x+2} + \frac{2x+11}{x+2}$ S: 4

2.- $\frac{x}{(x-y)^2} + \frac{1}{y-x}$ S: $\frac{y}{(x-y)^2}$

3.- $\frac{x}{x^2-y^2} + \frac{y}{y^2-x^2}$ S: $\frac{1}{x+y}$

4.- $\frac{2x}{x-1} + \frac{3x+1}{x-1} - \frac{1-x}{x^2-1}$ S: $\frac{5x^2+7x}{x^2-1}$

5.- $\frac{x-2}{x-3} - \frac{2x^2+x-13}{x^2+2x-15} + \frac{x+1}{x+5}$ S: 0

6.- $\frac{2}{2x-3} - \frac{2}{2x+3} - \frac{2x+15}{4x^2-9}$ S: $-\frac{1}{2x-3}$

7.- $\frac{3-x}{1-3x} - \frac{3+x}{1+3x} - \frac{1-16x}{9x^2-1}$ S: $\frac{1}{1-9x^2}$

8.- $\frac{2}{1+x} - \left(\frac{6}{1-x} - \frac{3}{x^2-1} \right)$ S: $\frac{8x+7}{x^2-1}$

9.- $\frac{3}{2x-4} - \frac{1}{x+2} - \frac{x+10}{2x^2-8}$ S: 0

10.- $\left(\frac{1}{1+x} + \frac{2x}{1-x^2} \right) \cdot \left(\frac{1}{x} - 1 \right)$ S: $\frac{1}{x}$

11.- $\left(1 + \frac{x}{1-x} \right) \cdot \left(1 - \frac{x}{1+x} \right) \cdot \left(1 - x^2 - \frac{1-x^2}{x} \right)$ S: $\frac{x-1}{x}$

12.- $\frac{\frac{x-y}{x+y} - \frac{x+y}{x-y}}{\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} - \frac{x-y}{x^2-y^2}} \cdot \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right)$ S: 1

13.- $\frac{6x^2+6}{(x+1)^2-x} \cdot \frac{x^3-1}{x^3-3x^2} \cdot \frac{x^3+x^2}{x^4-1}$ S: $\frac{6}{x-3}$

14.- $\frac{x^2+3x+2}{x^2-4x+4} \cdot \frac{x^2-3x+2}{x^2+x-2} \cdot \frac{x^2-x-2}{x^2+2x+1}$ S: 1

15.- $\frac{x-2}{6x+6} + \frac{3-x}{4x+4} - \frac{x+2}{2x+2}$ S: $-\frac{7}{12}$

16.- $\left(x^2 - x + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) : \left(x - 1 + \frac{1}{x} \right)$ S: $\frac{x^2-1}{x}$

17.- $\left(x - \frac{y^2}{x} \right) \cdot \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) : \frac{x^4-y^4}{xy}$ S: $\frac{1}{x}$

18.- $\left(x-3 + \frac{5x}{2x-6} \right) : \left(2x-1 + \frac{15}{x-3} \right)$ S: $\frac{1}{2}$

19.- $\left(\frac{x}{y^3} - \frac{1}{y^2} \right) \cdot \left(\frac{x-y}{y} + \frac{2x}{x-y} - \frac{x^2}{xy-y^2} \right)$ S: $\frac{1}{y^2}$

IV.- ECUACIONES

Resolver las siguientes ecuaciones o sistemas:

1.- $\frac{5}{4x^2} - \frac{3}{6x^2} = \frac{1}{3}$ S: $x=-3/2, x=3/2$

2.- $\frac{3x-4}{5x-16} = \frac{4x+1}{6x-11}$ S: $x=6, x=-5$

3.- $\frac{2x-1}{x+1} - \frac{x-7}{x-1} = 4 - \frac{3x-1}{x+2}$ S: $x=5, x=-5/4$

4.- $\frac{x-3}{x+3} - \frac{x+3}{x-3} = \frac{x-2}{x+3}$ S: $x=-1, x=-6$

5.- $x^4 - 45x^2 + 324 = 0$ S: $x=\pm 6; x=\pm 3$

6.- $\sqrt{2x-1} + \sqrt{x+4} = 6$ S: $x=5$

7.- $2x-1 = \sqrt{9x-9}$ S: $x=2; x=5/4$

8.- $x^4 - 29x^2 + 100 = 0$ S: $x=\pm 5; x=\pm 2$

9.- $\begin{cases} 3x+4y=10 \\ 4x+y=9 \end{cases}$ Representa gráficamente el sistema anterior. S: $x=2; y=1$

10.- $\begin{cases} 5x-4y=1 \\ -x+2y=7 \end{cases}$ Representa gráficamente el sistema anterior. S: $x=5; y=6$

PROBLEMAS DE ECUACIONES

1.- Calcula un número que sumado con el doble de su raíz cuadrada nos dé 24. S: 16

2.- Las dos cifras de un número suman 11, y el producto de dicho número por el que se obtiene al invertir sus cifras es 3.154. Halla dicho número. S: 83 ó 38

3.- Tres segmentos miden, respectivamente, 8, 22, 24 cm. Si a los tres les añadimos una misma longitud, el triángulo construido con ellos es rectángulo. Halla dicha longitud. S: $l=2$ cm.

4.- Determina las dimensiones de un rectángulo cuya superficie es de 8 m^2 y la diagonal mide $2\sqrt{5}$ metros. S: 4 y 2 cm.

5.- Dentro de 11 años, la edad de Pedro será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 13 años. Calcula la edad de Pedro. S: 21 años

V.- TRIGONOMETRÍA

- 1.- Una bicicleta tiene una rueda de 40 cm. de diámetro. ¿Cuántas vueltas habrá dado en 1 km.?
S: 795'7 vueltas
- 2.- ¿Qué ángulo forman las agujas del reloj a las 5h 46 m.?
S: 103°
- 3.- Desde un punto a ras de suelo se ve la copa de un árbol, situado en la otra orilla, con ángulo de elevación de 30°. Acercándonos 4 metros el ángulo aumenta 10°. Hallar la altura del árbol.
S: 7'4 m.
- 4.- Hallar la longitud de la sombra proyectada por un edificio de 200 m. de altura cuando la inclinación de los rayos del sol es de 30°
S: 346'41 m.
- 5.- Desde un punto del suelo se ve el punto más alto de una torre formando ángulo de 30° con la horizontal. Si nos acercamos 10 m. hacia su pie, este ángulo es de 60°. Hallar la altura de la torre.
S: 8'66 m.

VI.- GEOMETRÍA ANALÍTICA

- 1.- Los extremos de un segmento vienen determinados por las coordenadas (3, -1) y (2, 5). ¿Cuáles son las coordenadas de su punto medio? S: (5/2, 2)
- 2.- Dados los puntos A(-3,5) y B(1,2), calcula:
 - a.- El vector \vec{AB}
 - b.- El vector \vec{BA}
 - c.- El módulo de ambos vectores.
 S: (4, -3), (-4, 3), 5
- 3.- Sean los vectores $\vec{v}(x,2)$ y $\vec{w}(2,3)$. ¿Cuánto tiene que valer x para que los vectores sean perpendiculares? ¿paralelos?
S: Perpendiculares, $x = -3$; paralelos, $x = 4/3$
- 4.- Indica si se cortan las rectas $y = 2x + 6$; $y = -x + 3$. Si es así, calcula su punto de corte.
S: Se cortan en el punto (-1, 4)
- 5.- Escribe la ecuación de la recta paralela a $y = 4x - 1$ y que pasa por el punto A(3, 0).
S: $y = 4x - 12$
- 6.- Indica la distancia entre el punto A(10, -12) y B(5, -1)
S: $|\vec{AB}| = \sqrt{146}$

VII.- FUNCIONES

Hallar el dominio de las siguientes funciones:

- 1.- $f(x) = \sqrt{2-2x^2}$ S: a) [-1,1]
- 2.- $f(x) = \frac{1}{x^3-2x^2-3x}$ S: $R - \{0, -1, 3\}$
- 3.- $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x}}$ S: $(-\infty, 0) \cup [1, \infty)$
- 4.- $f(x) = \frac{6x-6}{4-x^2}$ S: $R - \{2, -2\}$

De las siguientes parábolas di el eje, el vértice, los puntos de corte con los ejes y la concavidad. Posteriormente haz su dibujo:

- 5.- $f(x) = x^2 - 6x - 16$ S: Eje: $x=3$; V(3, -25); Puntos de corte: (8,0), (-2,0), (0,-16); Convexa
- 6.- $f(x) = x^2 + 2x + 3$ S: Eje: $x=-1$; V(-1,2); Puntos de corte: (0,3); Convexa
- 7.- $f(x) = -x^2 - 2x - 1$ S: Eje: $x=-1$; V(-1,0); Puntos de corte: (0, -1), (-1,0); Cóncava

VIII.- ECUACIONES EXPONENCIALES

- 1.- $3^{2x-3} = 27^{(x+1)/3}$ S: $x=4$
- 2.- $3^{2x-1} - 8 \cdot 3^{x-1} = 3$ S: $x=2$
- 3.- $2^{2x-1} - 6 \cdot 2^{x-1} + 4 = 0$ S: $x=2, x=1$
- 4.- $100^x = 10^{3x+2}$ S: $x=-2$

IX- COMBINATORIA

- 1.- Averiguar cuántos números de cuatro cifras distintas pueden formarse con los guarismos 1, 2, 3, 4, 5, y 6. ¿Cuántos de ellos empiezan por 5?
S: 360; 60
- 2.- Con las letras de la palabra ELOISA, ¿cuántas ordenaciones distintas pueden hacerse que empiecen y terminen en consonante? ¿Cuántas que empiecen y terminen en vocal?
S: 48; 288
- 3.- En un poste de señales luminosas hay 5 focos de distinto color. ¿Cuántas señales distintas pueden hacerse encendiendo menos de 4 luces?
S: 25
- 4.- Para formar la tripulación de un submarino se deben elegir 4 maquinistas y 1 capitán entre un grupo de 12 hombres, de los cuales 9 son maquinistas y 3 capitanes. ¿Cuántas tripulaciones se podrán obtener?
S: 378
- 5.- En una bolsa hay 12 bolas numeradas del 1 al 12. ¿De cuántas formas distintas se pueden sacar 5 de esas bolas?
S: 792
- 6.- ¿Cuántos vocablos de diez letras se pueden formar con todas las letras de la palabra BENIGNIDAD? ¿Cuántos empiezan por N?
S: 453.600; 90.720
- 7.- En el campeonato del mundo de ciclismo hay asignados 3 premios distintos para los 3 primeros clasificados. Si en la última escapada hay 20 corredores, ¿de cuántas maneras puede hacerse la distribución de los premios?
S: 6.840

X- PROBABILIDAD

- 1.- La probabilidad de que un alumno apruebe Matemáticas es 0'6, la de que apruebe Lengua es 0'5 y la de que apruebe las dos es 0'2.
 - a.- ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe al menos una asignatura?
 - b.- ¿Y de que no apruebe ninguna?
 - c.- ¿Y la de que apruebe Matemáticas y no Lengua?
 - d.- ¿Y la de que apruebe una sola asignatura?
 S: 0'9; 0'1; 0'4; 0'7

TABLA CONTINGENCIA

	L	\bar{L}	
M	0'2		0'6
\bar{M}			
	0'5		1

- 2.- Una caja A contiene 2 bolas blancas y 3 negras. Otra caja B contiene 3 bolas blancas y 2 negras. Sacamos una bola de la caja A y la introducimos en la caja B. Si a continuación se extrae una bola de la caja B, ¿cuál es la probabilidad de que sea blanca?
S: 17/30
 - 3.- En una ciudad el 40% de los habitantes tienen teléfono, el 70% tienen radio y el 30% ambas cosas. ¿Cuál es la probabilidad de que un habitante seleccionado al azar no tenga ninguna de las dos cosas?
S: 0'2
- TABLA CONTINGENCIA
- 4.- Se dispone de tres cajas con bombillas. La primera contiene 10 bombillas, de las cuales a y cuatro fundidas; en la segunda hay seis bombillas, estando una de ellas fundida, y la tercera caja hay tres bombillas fundidas de un total de ocho. ¿Cuál es la probabilidad de que al tomar una bombilla al azar de una cualquiera de las cajas, esté fundida? S: 113/360
 - 5.- En una bolsa tenemos 5 bolas numeradas del 1 al 5. Extraemos dos bolas,
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener un 2 y un 3 si no devolvemos las bolas sacadas?
 - b) ¿y cuál si las devolvemos?
 S: Sin devolución 0.05
Con devolución 0.04
 - 6.- En una bolsa tenemos 6 bolas rojas 9 bolas azules y 5 bolas verdes. Extraemos una bola. ¿cuál es la probabilidad de obtener una bola roja? S: 0'3
 - 7.- Tiramos dos monedas. Si salen dos cruces extraemos una bola de una urna con 3 bolas blancas y 7 negras, y en caso contrario de una urna con 4 bolas blancas y 6 negras ¿cuál es la probabilidad de sacar una bola blanca? S: 0'375